Concursul de matematică Arhimede
Ediția a V-a. Etapa I-a 10 noiembrie 2007

Subiecte clasa a III-a

I. Calculati:

(3p) **a)** $1 \cdot 2 + 3 \cdot 4 + 5 \cdot 6 =$

(4p) **b)** 24-22+20-18+16-14+12-10+8-6+4-2=

(2p) **c)** Efectuati calculele urmatoare:

(25+24-23-22)+(21+20-19-18)+(17+16-15-14)+(13+12-11-10)+(9+8-7-6)+(5+4-3-2)

II. (4p). **a)** Găsiti cifrele care se ascund în spatele literelor (toate variantele):

$$\begin{array}{r} VAR\ + \\ \underline{VAR} \\ ACRU \end{array}$$

b) (3p) **1)** Grupati in perechi(de cate doua) urmatoarele numere:

3,14,24,19,17,12,9,7,2,29,1,28,23,21,18,13,11,6,16,27

Astfel incat suma numerelor din fiecare pereche sa fie mereu aceeasi.

(2p) **2)** Care este suma tuturor acestor numere?

III (5p).**a)** La aniversarea mea au participat 11 copii (frați şi surori). Câte fete şi câți băieți au venit, dacă fiecare fată vine cu cei 2 frați ai săi şi 3 fete sunt surori?

(4p).**b)** Intr-o cutie sunt bile albe,rosii si negre,in total 90 de bile.Dintre acestea 60 de bile nu sunt albe iar 50 de bile nu sunt negre.Cate bile sunt din fiecare culoare?

Alina Benea

IV. (5p) **a)** Patru băieți pleacă într-o excursie. Primul a luat cu el 16 nuci, al doilea 15 nuci, iar al treilea 13. Au mâncat nucile toți patru, împărțindu-le în mod egal, cu toate că ultimul nu adusese nimic. În schimb, acesta din urmă, pentru a-şi recompensa prietenii, le-a dat 11 bani, aflând că o nucă a costat 1 ban. Cum şi-au împărțit în mod corect cei trei prieteni banii? Câți bani a primit fiecare?

(4p) **b)** Suma a 3 numere naturale reprezintă cel mai mare număr par de 2 cifre. Suma primelor doua dintre ele reprezina cel mai mare numar de 2 cifre cu suma cifrelor 5. Suma ultimelor două dintre ele reprezintă cel mai mare număr par de 2 cifre cu suma cifrelor 10.

Care sunt cele 3 numere?

__Notă.__ Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 la 10 p.
Fiecare subiect primeşte un punct din oficiu. Timp de lucru: 2 ore.

Concursul de matematică Arhimede
Ediția a V-a. Etapa I-a 10 noiembrie 2007

Subiecte clasa a IV-a

I. (6p) **a)** Efectuați calculele:

$E = (8 \cdot 8 + 8) : 8$

$F = 10 \cdot 9 - 9 \cdot 8 + 8 \cdot 7 - 7 \cdot 6 + 6 \cdot 5 - 5 \cdot 4 + 4 \cdot 3 - 3 \cdot 2 + 2 \cdot 1$

(3p) **b)** Dacă $a + b + 6 = 13$

iar $(b + c) \times (b + c) = 100$

Calculați: $a + 5b + 4c + 17$

II. (5p) **a)** Găsiți rezultatul calculului:

$99 + 98 - 97 - 96 + 95 + 94 - 93 - 92 + 91 + 90 - 89 - 88 + ... + 7 + 6 - 5 - 4 + 3 + 2 - 1 - 0 =$

(4p) **b)** La împărțirea a două numere naturale diferența dintre deîmpărțit şi rest este de 11 ori mai mare decât câtul, împărțitorul este de 3 ori mai mic decât câtul, iar restul este un număr format din 2 cifre. Reconstituiți împărțirea.

III. Pentru pregătirea Olimpiadei, gimnasta se antrenează urcând treptele stadionului în felul următor: urcă 4 trepte, coboară 2 trepte şi urcă 3 trepte, după care repetă acelaşi exercițiu.

(5p) **a)** Câte trepte are scara dacă pentru parcurgerea ei gimnastei sunt necesari 564 paşi? (un pas înseamnă coborârea sau urcarea unei trepte).

(4p) **b)** Câți paşi face pentru urcarea a 164 trepte?

IV. (4p) **a)** Suma a două numere naturale nenule este mai mică sau egală cu 2008, iar diferența lor este mai mare sau egala cu 2006. Aflați numerele.

(5p) **b)** Dacă am scrie la rând numerele naturale pare fără să le separăm (în ordine crescătoare) care ar fi a 203-a cifră? (cifra trebuie gasită fără a înşirui numerele –si nu prin numărare)

<u>*Notă.*</u> Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 la 10 p.
Fiecare subiect primeşte un punct din oficiu. Timp de lucru: 2 ore.

Concursul de matematică Arhimede
Ediția a V-a. Etapa I-a 10 noiembrie 2007

Subiecte clasa a V-a

I. Calculați:

(3p) a) $1+2\cdot 3+3\cdot 4\cdot 5+4\cdot 5\cdot 6\cdot 7$

(3p) b) $2008\cdot 2007-2008\cdot 2006+2007\cdot 2006-2007\cdot 2005$

(3p) c) Aflați x ştiind că:

$x\cdot(4-3+2-1)=(4+3-2+1)$

II. (6p) **a)** Se consideră numerele

$a=1+2+3+4+...+71$

$b=2+4+6+...+98$

$c=1+4+7+...+121$

Să se scrie în ordine crescătoare numerele a,b,c.

(3p) **b)** Fie produsul $P=5\cdot 10\cdot 15\cdot 20\cdot ...\cdot 2005\cdot 2010$. Arătați că P nu este pătrat perfect.

Florea Constantin

III. Se consideră cinci numere fiecare având două cifre. Pentru scrierea celor 5 numere s-au folosit toate cifrele de la 0 la 9 o singură dată.

(3p) **a)** Să se arate că cel puțin un număr este par.

(3p) **b)** Să se arate că pot fi toate numerele pare.

(3p) **c)** Să se afle câte valori distincte poate avea suma celor cinci numere.

Preda Traian

IV.(9p) Pe un raft al unei biblioteci sunt aşezate în ordine 10 cărți, astfel că numărul de foi pentru 2 cărți vecine (alăturate) să difere cu 1. Pot fi în total, pe raft 2008 foi? Dar 2007?

Dan Nedeianu(revista Arhimede)

<u>*Notă.*</u> Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 la 10 p.
Fiecare subiect primeşte un punct din oficiu. Timp de lucru: 3 ore.

Concursul de matematică Arhimede

Ediția a V-a. Etapa I-a 10 noiembrie 2007

Subiecte clasa a VI-a

I. Fie A,B,C trei puncte coliniare în această ordine, M şi N mijloacele segmentelor $[AB]$ respectiv $[MC]$. Ştiind că $AB = 8\,\text{cm}$ şi $NC = 10\,\text{cm}$ să se afle:

(5p) a) BN

(4p) b) MD ştiind că C este mijlocul segmentului ND.

II. (4p) **a)** Determinați cel mai mic număr natural n pentru care $\underbrace{999...9}_{n}$ este divizibil cu 7.

Aurel Doboşan

(5p) **b)** x cărți şi y stilouri costă $\overline{xy}$ lei. Câte cărți şi câte stilouri s-au cumpărat dacă $x \cdot y \cdot \overline{xy} = 648$?

Valer Pop (revista Arhimede)

III. Fie $n = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + ... + 5^{2008}$.

(4p) **a)** Să se afle restul împărțirii lui n la 8.

(5p) **b)** Să se afle ultimele 3 cifre ale numărului n.

Niculaie Marin Goşoniu

IV. Fie A,B,C,D,E 5 puncte coliniare.

(4p) **a)** Pentru orice punct $X \in \{A, B, C, D, E\}$ există punctele $Y, Z \in \{A, B, C, D, E\}$ astfel încât lungimile segmentelor XY şi XZ sunt numere naturale nenule.

Să se arate că orice segment determinat de 2 din cele 5 puncte are lungimea un număr natural.

(5p) **b)** Pentru orice punct $X \in \{A, B, C, D, E\}$ există $Y \in \{A, B, C, D, E\}$ astfel încât lungimea segmentului XY este un număr natural nenul. Este adevărată afirmația că lungimea oricărui segment determinat de orice două puncte din cele cinci este un număr natural? Justificați răspunsul.

Preda Traian

<u>Notă.</u> Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 la 10 p.
Fiecare subiect primeşte un punct din oficiu. Timp de lucru: 3 ore.

Concursul de matematică Arhimede

Ediția a V-a. Etapa I-a 10 noiembrie 2007

Subiecte clasa a VII-a

I. (4p) **a)** Calculați: $\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{6}+\frac{1}{9}-\frac{1}{12}\right):\left(-\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-\frac{1}{6}+\frac{1}{8}\right)$.

(5p) **b)** Rezolvați în $Z\times Z$ ecuația:

$$\frac{a}{3}+\frac{3}{b}=2007$$

Ion Burcă

II. Fie mulțimea $A=\{(-2)^1;(-2)^2;(-2)^3;...;(-2)^n\}$, $n\in\mathrm{N}$.

(3p) **a)** Pentru $n=5$ calculați suma elementelor mulțimii A .

(3p) **b)** Determinați n astfel încât suma elementelor mulțimii A să fie 682.

(3p) **c)** Să se afle $n\in N$ ştiind că mulțimea A se poate scrie ca o reuniune disjunctă de două submulțimi care au produsul elementelor acelaşi.

Cristian Olteanu

III. Lungimile laturilor şi diagonalelor unui patrulater convex formează 6 segmente, notate arbitrar, a,b,c,d,e,f . Ştiind că $a=b=c=d$, $e=f$ şi $a\neq e$:

(5p) **a)** Să se afle măsurile unghiurilor patrulaterului analizând toate cazurile posibile.

(4p) **b)** Să se arate că patrulaterul are diagonalele perpendiculare.

Preda Traian

IV. (9p) Se consideră un patrulater convex ABCD. Fie M,NP,Q mijloacele laturilor $[AB],[BC],[CD]$ respectiv $[AD]$. Notăm $MP\cap NQ=\{G\}$ şi $AC\cap BD=\{O\}$.

Să se arate că $G\in[AC]$ dacă şi numai dacă $BO\equiv OD$.

Sorin Rădulescu

<u>*Notă.*</u> Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 la 10 p.
Fiecare subiect primeşte un punct din oficiu. Timp de lucru: 3 ore.

Concursul de matematică Arhimede

Ediția a V-a. Etapa I-a 10 noiembrie 2007

Subiecte clasa a VIII-a

I. **i)** Se consideră ecuația: $25m^2 - 16 = n^2 - 5n$

(2p) **a)** Să se arate că $m = -2$, $n = -7$ verifică ecuația dată.

(3p) **b)** Determinați toate perechile $(m, n) \in Z \times Z$ care verifică ecuația dată.

Tarciniu Vasile

(4p) **ii)** Fie $n \geq 2$ număr natural. Arătați că numărul $\sqrt{n^{2007} - 2^{2005} + 2006}$ este irațional.

Damian Marinescu

II. (3p) **a)** Să se arate că dacă numerele reale *a,b* satisfac relația $a(a-1) = b(1-b)$, atunci

$$a, b \in \left[\frac{1-\sqrt{2}}{2}, \frac{1+\sqrt{2}}{2}\right]$$

(3p) **b)** Rezolvați în $R \times R$ ecuația:

$$\sqrt{(9-5x)(7x-3y+3)} + \sqrt{(4y-3)(9-2x-y)} = 9$$

Ion Burcă

(3p) **c)** Fie $a, b, c, m, n, p \in R$ astfel încât $a < b < c$ și $m < n < p$. Să se arate că :

$$a \cdot n + b \cdot p + c \cdot m < a \cdot m + b \cdot n + c \cdot p$$

Liviu Oprişescu

III. Fie $ABCDA'B'C'D'$ un cub şi M, N, P, Q centrele fețelor $ABB'A', BCC'B', CDD'C'$, respectiv $DAA'D'$. Să se arate că:

(3p) **a)** punctele M, N, P, Q sunt coplanare.

(3p) **b)** $QM \parallel (BPC')$

(3p) **c)** să se determine dreapta de intersecție a planelor (QBC') şi $(NA'D)$.

Claudia Marchitan

IV. Fie A, B, C, D patru puncte în spațiu astfel încât $AB \equiv CD$, $AD \equiv BC$, $AC \equiv BD$. Să se arate că:

(4p) **a)** Dacă A, B, C, D sunt necoplanare atunci $\angle BAD$ este ascuțit.

(5p) **b)** Dacă $m(\angle BAD) = 90^0$ atunci $ABCD$ este dreptunghi.

Preda Traian

<u>*Notă.*</u> Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se notează de la 1 la 10 p.
Fiecare subiect primeşte un punct din oficiu. Timp de lucru: 3 ore.